

消除阿贝误差的一种新方法

周艳红 宾鸿赞 陈卓宁

(华中理工大学机械工程一系, 武汉 430074)

摘要 本文以丝杠导程的激光测量为例, 提出了一种简便的消除阿贝误差的光学方法, 确定了光学系统的有关结构参数, 证明了该方法的有效性。该方法简单而易于实现, 可应用于多种光学测长系统以有效地消除阿贝误差的影响, 提高测量系统的精度。

关键词: 光学测长; 阿贝误差; 误差补偿

1 引言

阿贝原则是绝对测长的根本问题。当量仪结构不符合阿贝原则时将引起测量误差—阿贝误差, 对量仪精度的提高影响很大。在丝杠测量领域, 对于一般激光干涉测量仪, 可以根据艾彭斯坦 (Eppenstein) 光学设计原理设计光路来补偿量仪不符合阿贝原则所引起的一次误差, 但光学系统较复杂。日本东京工业大学等设计的组合三面直角棱镜和民主德国德累斯登工学院设计的大立体棱镜 (均是由三个单征的平面镜组成) 能有效地避免阿贝误差, 但结构复杂, 且不利于长丝杠测量。日本奥林巴司光学公司和机械振兴协会技术研究所研制的激光干涉测量装置采用的方法是: 当工作台沿长丝杠测量方向移动时, 水平和垂直面上的摆动所引起的误差, 通过光电式自准直光管检出摆角的变化, 自动修正到丝杠导程的测量数据中去, 使不满足阿贝原则的测量机构通过修正而获得高的测量精度。这种方法的不足之处在于测量系统复杂。

总之, 阿贝误差是影响丝杠测量仪精度的重要因素, 如何有效而方便地去除这项误差仍是长丝杠测量中需要解决的一个重要问题^[1]。为此, 本文提出了一种由三个棱镜组成的光学系统来消除阿贝误差的方法。

2 激光丝杠测量仪的一般结构分析

激光丝杠测量仪的一般结构如图1所示 (俯视图)。在测量架的外端与被测丝杠等高的水平面上固定一小型三面直角棱镜作为后向反射器, 激光干涉仪的光束直接测量测量架移动的距离。这种测量系统在水平面内不满足阿贝原则, 激光束和被测线有一处水平距离差。根据

三面直角棱镜的光学性质^[2]，测量架在垂直面内绕 x 或 y 轴转动微小角度所引起的测量误差可忽略。而当测量架在水平面内绕测量点 A 转动一微小角度时，虽然棱镜内部的光程变化可以忽略，但棱镜沿光线方向的位置发生了变化，设转动的角度 θ ，则棱镜顶点的实际位置 O' 偏离理论位置 O 的距离为 $\Delta L \approx L \cdot \theta$ (l 为三面直棱镜顶点到测量线之间的距离)，因而造成实际光程与理论光程的差异，其差值为 $2\Delta L$ ，此即因量仪结构不满足阿贝原则而引起的测量误差—阿贝误差。

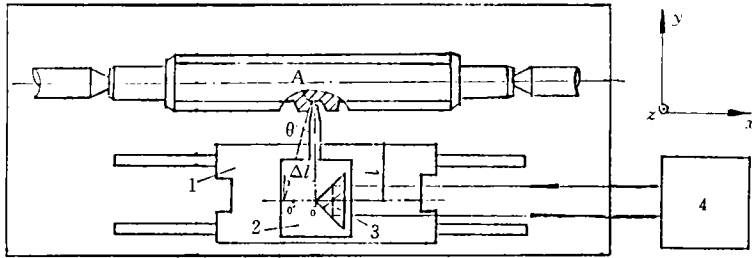


图1 激光丝杠测量仪的一般结构

1. 测量工作台；2. 测量架；3. 三面直角棱镜；4. 激光干涉仪

3 一种补偿阿贝误差的光学方法

由以上分析可知，对于图1所示结构，一个能消除其阿贝误差的光学系统必须满足下述条件：

(1) 当测量工作台在水平面内偏转 θ 角时，光线在此光学系统内部的光程应发生变化，且变化量为 $-2l \cdot \theta$ ，以抵消反射镜位置变化所引起的光程改变。

(2) 当测量工作台在垂直平面内偏转不大的角度时（即图1中绕 x, y 轴偏转），该光学系统应不引起附加的光程变化，或变化量仅与偏转角度的高次幂有关。

图2即为一满足上述条件的光学系统原理图。其中，I, II 构成的平行平面镜系统起补偿阿贝误差的作用，三面直角棱镜IV和V固定在床身上两端，起改变光线方向的作用。棱镜III和平面镜系统则固定在测量架上。

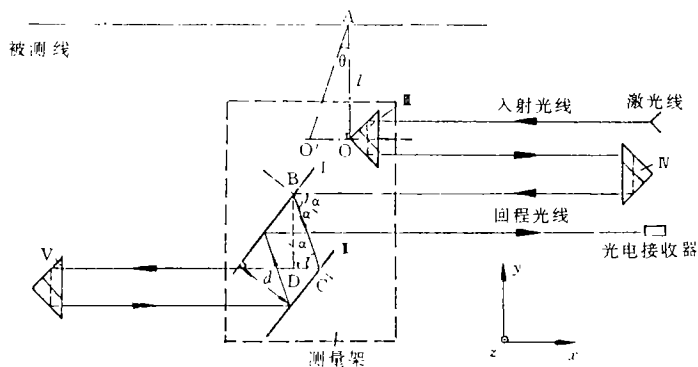


图2 一种补偿阿贝误差方法的原理图

3.1 平面镜系统结构参数 d 的确定

在图 2 中由于平面镜系统具有以下性质：

- (1) 入射光线经平面镜 I、I' 的两次反射后，方向不变；
- (2) 平面镜系统向任意方向移动时，不影响出射光线的位置，不引起光程的变化。

所以，对于分析光程变化，当测量架绕 A 点在水平面内转动微小角度 θ 时，平面镜系统绕 A 点的转动可等效看成绕 B 点的转动。

由图 2 可知，平面镜 I、I' 绕 B 点转动时，C 点的位置要变化，且只有 BC 和 CD 段的光程发生变化。设 $L=BC+CD$ ，则： $L = \frac{d}{\cos\alpha} + \frac{d}{\cos\alpha} \cdot \cos 2\alpha = 2d\cos\alpha$ 。

工作台绕 A 点转动 θ 角时，相应地 α 要发生变化，且其变化量 $\Delta\alpha=\theta$ ，此时光程 L 的变化量 ΔL 为： $\Delta L \approx -\sin\alpha \cdot d \cdot \Delta\alpha = -2\sin\alpha \cdot d \cdot \theta$ 。

由于光线从射向三面直角棱镜到返回光电接收器要两次经过平面镜系统，故平面镜系统引起的总光程变化量为： $\Delta L' = 2\Delta L = -4\sin\alpha \cdot d \cdot \theta$

因为 θ 很小，故 $\text{tg}\theta \approx \theta$ ，所以，对于阿贝误差有： $2\text{tg}\theta \cdot l \approx 2l \cdot \theta$ 。

为消除阿贝误差，须满足关系式：

$$\Delta L' + 2l \cdot \text{tg}\theta = 0$$

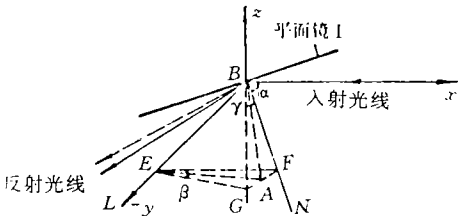
即

$$d = \frac{l}{2\sin\alpha} \tag{1}$$

利用式 (1) 即可确定平面镜系统的结构参数 d。

3.2 平面镜系统绕 x 轴和 y 轴转时的光程变化分析

在测量工作台移动过程中，导轨误差等因素的存在必然会使得测量工作台在竖直平面内绕 x 轴和 y 轴作小角度的偏摆。现分析当平面镜系统绕 y 轴转动时引起的光程变化。



由图 3 可知，平面镜 I 绕 y 轴转动时，其公法线 BN 的轨迹将构成一圆锥表面。设平面镜 I 绕 y 轴转动的角度为 β ，此时，法线 BN 上的 F 点移动至 G 点，而 BN 相应转动的角度为 γ 。令 $MF = \frac{1}{2}GF$ ，则显然有：

$$\sin \frac{\gamma}{2} \cdot BF = \sin \frac{\beta}{2} \cdot EF$$

又 $\sin(90^\circ - \alpha) = EF/BF$

所以

$$\sin \frac{\gamma}{2} = \sin(90^\circ - \alpha) \cdot \sin \frac{\beta}{2}$$

因 γ, β 均很小，故有

$$\sin \frac{\gamma}{2} \approx \frac{\gamma}{2}, \sin \frac{\beta}{2} \approx \frac{\beta}{2}$$

从而 $\gamma \approx \sin\alpha \cdot \beta$

设此时入射光线与法线的夹角（入射角）为 α' (α 为初始入射角)，在 γ 很小时存大关系式：

$$\cos\gamma \cdot \cos\alpha = \cos\alpha'$$

故 $-\sin\gamma_0 \cdot \Delta\gamma \cdot \cos\alpha \approx -\sin\alpha'_0 \Delta\alpha'$

即 $\sin\alpha'_0 \cdot \Delta\alpha' \approx \sin\gamma_0 \cdot \cos^2\alpha \cdot \Delta\beta$

式中， α'_0 、 γ_0 分别为 α' 和 γ 在平面镜未转动时的初始值，且 $\alpha'_0 = \alpha$ ， $\gamma_0 = 0$ 。

显然，当平面镜绕 y 轴转动微小角度 $\Delta\beta$ 时， $\Delta\alpha' \rightarrow 0$ ，即入射角的变化趋于零。由于此种情况下的光程变化规律与平面镜系统在水平面内转动时的一致，由光程变化量计算公式 $\Delta L = -2\sin\alpha \cdot d \cdot \Delta\alpha'$ 可知， $\Delta L \rightarrow 0$ ，即当平面镜系统绕 y 轴转动一微小角度时，由平面镜系统所引起的光程变化可忽略不计。

平面镜系统绕 x 轴转动的情况与以上分析方法和结论均相同。

由此可知，当测量工作绕 x 轴和 y 轴在竖直平面内作小角度偏摆时，平面镜系统引起的光程变化可忽略，而在此种情况下，阿贝误差亦趋于零（因被测线和测量线在竖直平面内无高度差），故平面镜系统不会引起多余的光程改变而产生附加误差。

3.3 光学系统的改善

对于前述平面镜系统，若用一斜方棱镜代替，则不但制造安装方便，成像质量也会更好。如图 4 所示，较之平行平面镜，采用斜方棱镜的不同之处在于棱镜的入射面和出射面上光线经过两次折射（实际应用时，使 $\alpha = 90^\circ$ ，图示位置是便于分析），显然，不论棱镜如何转动，入射光线和出射光线始终是平行的。现分析当棱镜移动和转动时，由平面 I 和 I' 围成的空间内光程的变化情况。

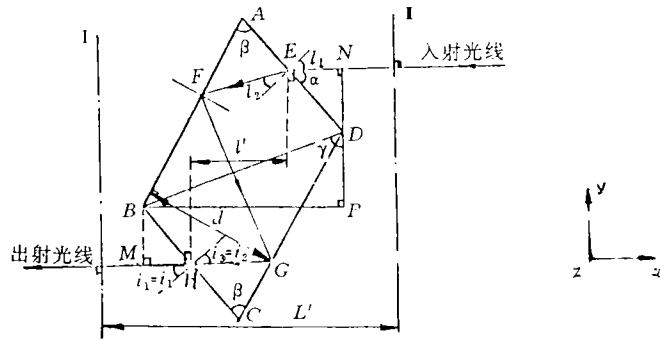


图 4 斜方棱镜

如图 4 所示，设 AB 与 CD 之间的距离为 d ，平面 I 和 I' 之间的实际光程为 L ，棱镜折射率为 n ，则 $L = n(BF + FG + GH) + L' - l'$ 。将其进一步展开并整理可得：

$$L = \frac{n \cdot d}{\cos(i_2 - \beta)} - BD\sin\gamma + 2ADC\cos\alpha + \frac{n\cos(i_2 - 2\beta)\sin\beta}{\cos(i_2 - \beta)\cos i_2} AD + \frac{n \cdot \sin\beta}{\cos i_2} AB - \frac{n\sin i_2 \cos(i_2 - 2\beta)}{\cos i_2} AD - \frac{n\sin i_2 \cos(i_2 - \beta)}{\cos i_2} AB$$

当棱镜在 xy 平面内有微小的移动和转动时， i_2 、 γ 以及 α 的变化量分别为 Δi_2 、 $\Delta\gamma$ 、 $\Delta\alpha'$ 相应的光程 L 的改变量为 ΔL 。因上式中 AD 、 AB 、 BD 和 d 为常量，故 L 的变化只与角度 i_2 、 α 和 γ 的变化有关，即棱镜移动不引起光程 L 的变化。调整棱镜的初始状态，使 $\alpha \approx 90^\circ$ ，此时

有: $i_1 \approx 0, i_2 \approx 0, BD \cos \gamma = AD - AB \cos \beta \Delta \gamma = \Delta i_1 = n \cdot \Delta i_2$, 从而可得:

$$\begin{aligned} \Delta L &= \frac{-nd \cdot \sin \beta}{\cos^2 \beta} \cdot \Delta i_2 - (AD - AB \cdot \cos \beta) \cdot n \cdot \Delta i_2 + 2n \cdot AD \cdot \Delta i_2 \\ &+ \frac{n \cdot \sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} AD \cdot \Delta i_2 - n \cos(2\beta) \cdot AD \cdot \Delta i_2 - n \cos \beta \cdot AB \cdot \Delta i_2 \\ &= 2d \sin \beta \cdot \Delta i_1 \end{aligned}$$

当测量架绕测量点转过 θ 角时, 阿贝误差大小为 $2d \cdot \theta$, 而此时, $\Delta i_1 = -\theta$, 又因光线往返经过棱镜, 故棱镜引起的总光程变化为 $-4d \sin \beta \cdot \theta$ 。显然, 取 $d = 1/2 \sin \beta$ 即可消除阿贝误差。这一结论与前述平行平面镜的相同。采用对前述平行平面镜系统相同的分析方法可知, 棱镜在竖直平面内作微小转动时, 所引起的光程变化可忽略不计。

4 结 论

用一个斜方棱镜 (或两平行平面镜) 和两个三面直角棱镜组成的光学系统可以有效地消除激光丝杠测量仪不满足阿贝原则所引起的一次误差, 提高量仪的精度。所提出的方案结构简单, 易于实现, 或方便地应用于目前所使用的一般激光丝杠测量仪和其它光这测量系统的精化改造以及新量仪的研制。

参 考 文 献

- [1] 徐孝恩. 《螺纹测量》. 机械工业出版社, 1986
- [2] 关信安、袁树忠、刘玉照. 《双频激光干涉仪》. 中国计量出版社, 1987
- [3] 周龙声、许维伯. 《几何量精密测量技术》. 机械工业出版社, 1988
- [4] Y. Tanimura. Error Factors and Measuring Accuracy in Length Measurement with Laser Interferometer. Bull. Japan Soc. of Prcc. Engg. . 1980. 14 (3): 187

A New Method to Compensate the Abbe Error

Zhou Yanhong, Bin Hongzan and Chen Zhuoning

(Dept. 1 of Mechanical Engineering, Huazhong University of Science and Technology)

Abstract

Based on long leadscrew lead measurement with laser interferometer, a simple and convenient optical method used to compensate the Abbe error is proposed. And the construction parameters of the optical system as well as the effectiveness certificate of the method are also presented in the paper. This optical system is very simple and can be realized conveniently. It can be used to compensate the Abbe error of some optical length measuring instruments in order to improve its measuring accuracy.

Keywords: Optical length measurement, Abbe error, Error compensation